
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
Academic Session 2015/2016
January 2016

MGM 531 – Euclidean Geometry
[Geometri Euklidan]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of SIX pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi ENAM muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

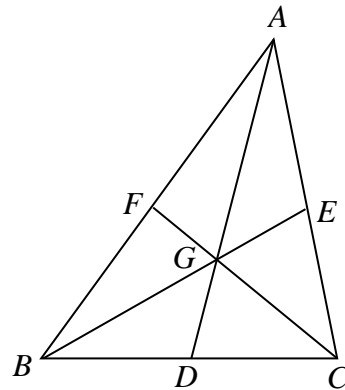
Instructions : Answer **all four** [4] questions.

Arahan : Jawab **semua empat** [4] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai.]

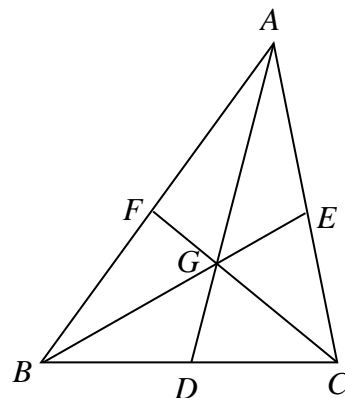
1. Consider the triangle ABC with medians BE , CF and AD below:



- (i) State Ceva's theorem and use it to prove that the three medians of this triangle are concurrent at G . [Hint: Assume that two distinct medians meet at G , and prove that any cevian passing through G must be a median.]
- (ii) By considering the altitude of the triangle BCG from G to BC , prove that the area of the two triangles GBD and GDC are equal to each other.
- (iii) Now show that area of the two triangles ABD and ADC are equal to each other.
- (iv) Hence, show that the area of those six triangles within ABC are equal to each other.

[25 marks]

1. Pertimbangkan segitiga ABC dengan median BE , CF dan AD berikut:



- (i) Nyatakan teorem Ceva dan gunakannya untuk membuktikan bahawa ketiga-tiga median ini bertemu pada satu titik yang sama, G . [Petua: Andaikan dua median yang berlainan bertemu pada G , dan buktikan bahawa sebarang cevian yang melalui G merupakan suatu median.]
- (ii) Pertimbangkan altitud BCG dari G ke BC untuk menunjukkan bahawa luas kedua-dua segitiga GBD dan GDC adalah sama.

- (iii) *Sekarang tunjukkan bahawa luas kedua-dua segitiga ABD dan ADC adalah sama.*
- (iv) *Dengan demikian, tunjukkan bahawa luas bagi enam segitiga tersebut dalam ABC serupa antara satu sama lain.*

[25 markah]

2. Draw a triangle ABC with the lengths of its sides 10 cm, 7 cm and 9 cm.

- (i) Draw the circumcircle of ABC by using the perpendicular bisectors of the two sides of lengths 7 cm and 9 cm.
- (ii) Discuss the accuracy of your drawing by drawing the third perpendicular bisector of ABC .
- (iii) Use your ruler to estimate the length of the radius of the circle drawn in (i).
- (iv) Use your answer in (iii) and the Extended Law of Sines to estimate the size of the internal angles of ABC to four decimal places and find the sum of these values.
- (v) Use the Cosine Rule to obtain the exact length of the radius of the circumcircle of ABC and compare this answer to your answer in (iii). Discuss the difference (if any) using your last answer in (iv).

[25 marks]

2. Lukiskan suatu segitiga ABC dengan panjang sisinya 10 cm, 7 cm dan 9 cm.

- (i) Lukis sirkumbulatan bagi ABC dengan menggunakan pembahagi sama serenjang dua sisi dengan kepanjangan 7 cm dan 9 cm.
- (ii) Bincangkan ketepatan lukisan anda melalui lukisan pembahagi sama serenjang ketiga ABC .
- (iii) Gunakan pembaris anda untuk menganggar panjang jejari bulatan yang dilukis di (i).
- (iv) Gunakan jawapan anda di (iii) dan Hukum Sinus Terpanjangkan untuk menganggar sudut-sudut dalam bagi ABC kepada empat tempat perpuhan dan cari hasil tambah ketiga-tiga nilai ini.
- (v) Gunakan Hukum Kosain untuk memperoleh nilai tepat bagi jejari sirkumbulatan bagi ABC dan bandingkan dengan jawapan anda di (iii). Bincangkan perbezaan di antara mereka (jika ada) menggunakan jawapan terakhir anda di (iv).

[25 markah]

3. Prove that the lines connecting the incenter of a triangle to its vertices are internal bisectors of the triangle. Hence, by considering the area of each of the three triangles within the triangle, prove that the area of a triangle is the product of its semiperimeter with its inradius.

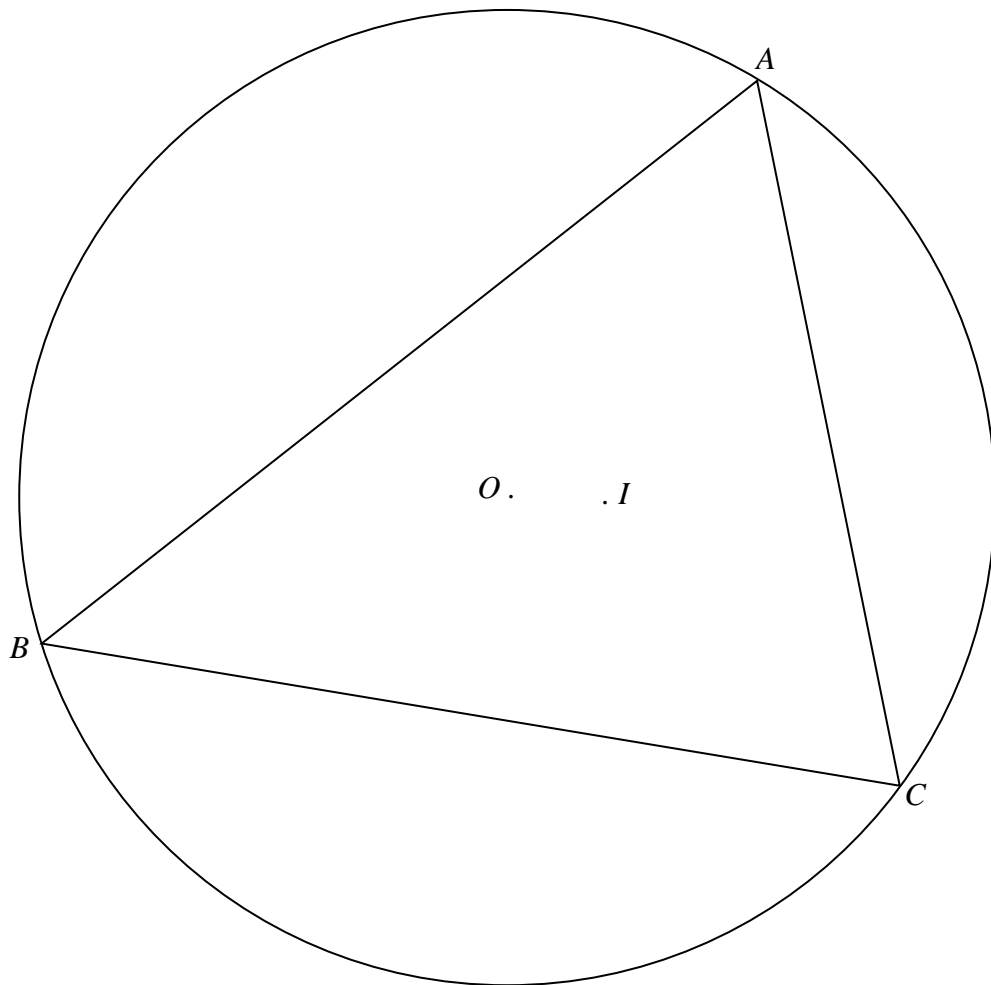
[20 marks]

3. *Buktikan bahawa garis-garis yang menyambung inpusat suatu segitiga kepada penjurunya merupakan pembahagi dua sama sudut dalam segitiga itu. Dengan demikian, pertimbangkan luas ketiga-tiga segitiga di dalam segitiga ini untuk membuktikan bahawa luas sebarang segitiga merupakan hasil darab semiperimeter dan injejarinya.*

[20 markah]

4. Copy the diagram below to your answer booklet. (Accuracy when copying is not important, but try to maintain the dimensions.)

The circle below is the circumcircle of the triangle ABC , where O is the circumcenter and I is the incenter of ABC . Let R be the circumradius and r the inradius. Also, let d denote the distance between O and I .



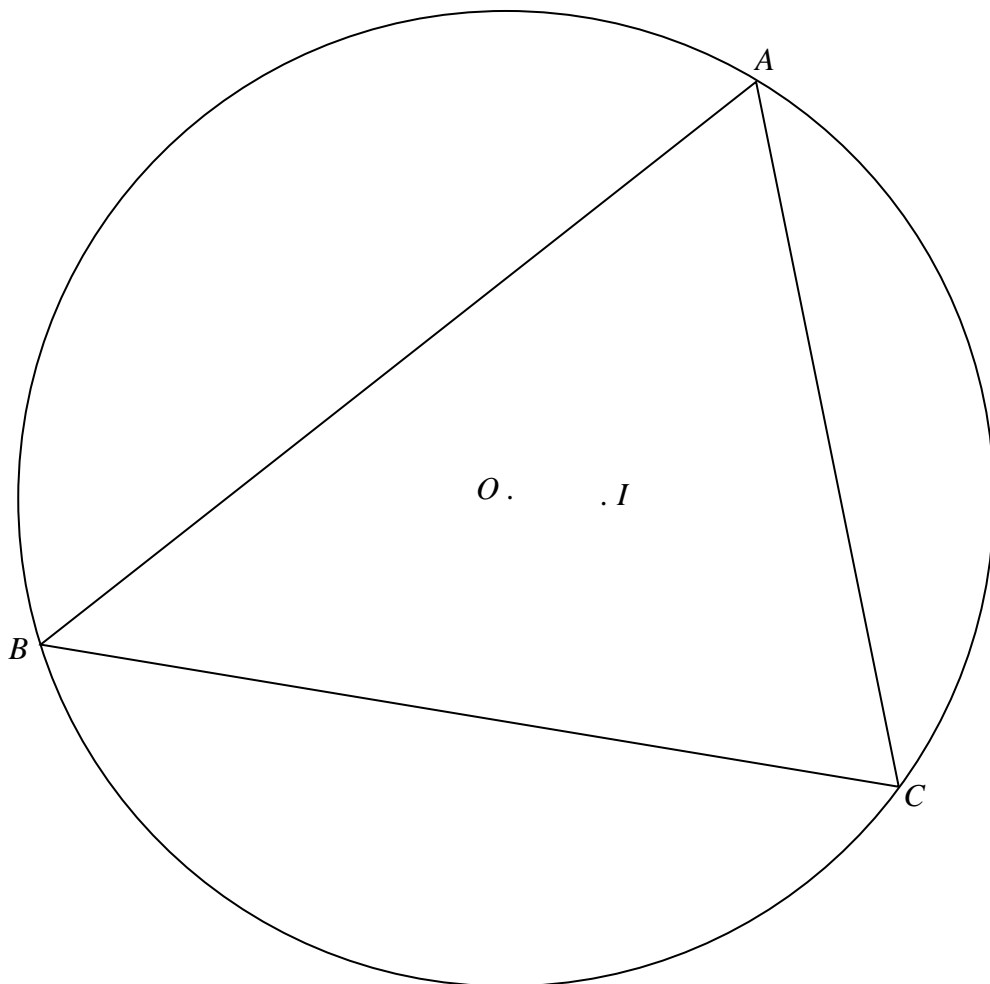
- (i) Mark two distinct points J and K on the circumcircle such that OIJ and OIK are right-angle triangles with hypotenuses OJ and OK respectively. State the lengths of OJ and OK in terms of R and/or r . Hence, use the Pythagoras Theorem to find IJ and KI in terms of R and d .

...5/-

- (ii) Draw the chord AIL . Given that $\angle CAB = 2\alpha$ and $\angle ABC = 2\beta$, prove that $\angle LIB = \angle IBL = \alpha + \beta$. Hence, prove that $BL = IL$.
- (iii) By drawing the circumdiameter BOD and the triangle BLD or otherwise, obtain BL in terms of R and $\sin \alpha$.
- (iv) State the distance from I to AC . Hence, obtain an expression for the length of AI in terms of r and $\sin \alpha$.
- (v) Prove that $AI \times IL = KI \times IJ$ by using the triangles AIJ and KLI .
- (vi) Hence, obtain Euler's formula for d^2 in terms of R and r .

[30 marks]

4. Salin gambar rajah berikut dalam buku jawapan anda. (Ketepatan semasa menyalin tidak penting, tetapi cuba kekalkan dimensinya.)
 Bulatan di bawah ialah sirkumbulatan segitiga ABC , dengan O mewakili sirkumpusat dan I inpusat bagi ABC . Andaikan R ialah sirkumjejari dan r injejarnya. Juga, biar d mewakili jarak di antara O dan I .



- (i) Tandakan dua titik berbeza J dan K pada sirkumbulatan anda supaya OIJ dan OIK merupakan segitiga bersudut tepat dengan hipotenus OJ dan OK masing-masing. Nyatakan nilai OJ dan OK dalam sebutan R dan/atau r . Dengan demikian, gunakan Teorem Pythagoras untuk mencari IJ dan KI dalam sebutan R dan d .
- (ii) Lukis kord AIL . Diberikan $\angle CAB = 2\alpha$ dan $\angle ABC = 2\beta$, tunjukkan bahawa $\angle LIB = \angle IBL = \alpha + \beta$. Dengan demikian, buktikan $BL = IL$.
- (iii) Dengan melukis sirkumdiameter BOD dan segitiga BLD atau menggunakan cara lain, dapatkan BL dalam sebutan R dan $\sin \alpha$.
- (iv) Nyatakan jarak dari I ke AC . Dengan demikian, dapatkan suatu ungkapan bagi AI dalam sebutan r dan $\sin \alpha$.
- (v) Buktikan bahawa $AI \times IL = KI \times IJ$ dengan menggunakan segitiga AIJ dan KLI .
- (vi) Dengan demikian, dapatkan rumus Euler bagi d^2 dalam sebutan R dan r .

[30 markah]